MAI 2 4.cvičení - primitivní funkce (neurčitý integrál) 2.
(Najděte primitivní funkce na maximálních intervalech)

1. 2. věta o substituci:
   Funkce f je spojitá na intervalu (a,b), g' je spojitá a $g'\neq 0$ na intervalu (α,β), $g(\alpha,\beta)=(a,b)$, pak, je-li $\int f(g(t))g'(t)dx=G(t)+C$ na (α,β), je na intervalu (a,b) $\int f(x)\,dx=G(g^{-1}(x))+C$:

$$\int\frac{1}{x+2\sqrt{x}+2}dx\quad(\sqrt{x}=t);\quad \int\frac{1+tg^2x}{1+tgx}dx\quad(tgx=t);\quad \int\sqrt{1-x^2}\,dx\ ;$$

(*) $\int\sqrt{x^2+1}\,dx$ a $\int\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx$ ($x=\sinh t\,(=\frac{e^t-e^{-t}}{2})$).

2. a) Integrace „per partes“ :

$$\int\frac{1}{(x^2+1)^2}dx\ ;\quad \int\frac{1}{(x^2+1)^n}dx\ ,\ n\in N, n\geq 3\ ;$$

   b) Integrace „per partes“ + substituce:

$$\int\frac{1}{x^3}\exp(\frac{1}{x^2})\,dx\,;\quad \int\frac{1}{x^2}arctg(\frac{1}{x})\,dx\,;\quad \int e^{\sqrt{x}}\,dx\ ;\quad \int arctg\sqrt{x}\,dx\ ;\quad \int\frac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}dx;\quad \int\arcsin^2 x\,dx.$$

3. Integrál z racionální funkce:

   a) integrace parciálních (jednoduchých) zlomků:

$$\int\frac{1}{(x+3)^3}dx;\quad \int\frac{1}{2-x}dx\ ;\quad \int\frac{2x+4}{x^2+4x+5}dx;\quad \int\frac{x-2}{x^2+4x+5}dx\ ;\quad \int\frac{2x-1}{x^2+2x+5}dx\ ;$$

$$\int\frac{x-1}{(x^2+2x+2)^2}dx\ ;\quad \int\frac{1}{(x^2+9)^3}dx\ .$$

   b) integrace racionálních funkcí (rozklad na parciální zlomky a jejich integrace):

$$\int\frac{2x-11}{x^2+3x-10}dx\ ;\quad \int\frac{3x+9}{(x^2-1)(x+2)}dx\ ;\quad \int\frac{x^3+5x^2+15x+12}{x^2+3x+2}dx\ ;\quad \int\frac{3x^2+2x+2}{x^3-3x-2}dx\ ;$$

$$\int\frac{x}{x^4-3x^2+2}dx\ ;\quad \int\frac{x^4+1}{x^3-x^2+x-1}dx\ ;\quad \int\frac{1}{(x^2+1)(x+1)}dx\ ;\quad \int\frac{5x^2+2x+3}{x^3+x^2-2}dx$$

$$\int\frac{x^3+x^2-2x-10}{x^3+4x^2+5x}dx\ ;\quad \int\frac{7x+4}{x^3+x^2-8x-12}dx\ ;\quad \int\frac{x^3-x-1}{(x^2+2)^2}dx\ .$$